第 2 章

中学生の学習到達度

―「学習到達度に関する調査」の分析より―

第１節　数　学

１．出題のねらい

１．調査問題作成にあたっての確認事項と留意点

（１）今回の学習到達度に関する調査のねらい

①学力を「関心・意欲・態度」「思考・判断」「技能・表現」「知識・理解」の４観点ではかる。それは、できるだけ多面的に学力をとらえたいためである。そのために多種類の問題を盛り込む必要がある。

②今後の学力評価における良問例となるように、新しい学力観に沿った問題を盛り込む。

③経年変化の測定を可能にする。そのため、現行の学習指導要領とともに新学習指導要領も視野に入れた出題とする。

「学習到達度に関する調査」により、学力の実態が明確に把握でき、「学習に関する意識・実態調査」との関係が検証できるようにする。そのためには、適正な通過率を定める必要がある。

（２）実施時間と問題量

実施時間は１単位時間の50分とする。問題量はすべての生徒が、時間内にすべての問題に取り組める程度に配慮する。

（３）出題範囲

現行の学習指導要領に基づく、中学校第１学年までの全範囲とし、新学習指導要領で削除される事項も出題可とする。

２．調査問題作成までの検討内容と経過

（１）問題作成の基礎となる学力観の検討

①数学で子どもたちに身につけたい学力

②数学の基礎・基本

③数学における考える力

（２）問題構成の検討

①出題領域（範囲）は、中学校第１学年の現行および新学習指導要領とする。

②難易度は、平均通過率が60％程度となるように作成する。

③出題・解答形式は、記述式だけでなく、問題によっては記号等の選択形式も取り入れる。

④問題数は、１単位時間では25～30問程度が限度。

⑤100点満点となるような配点はせず、各問題が「通過」か否かでみるようにする。

⑥採点方法は○か×でよいが、採点者が迷わないよう基準を明確にしておく必要がある。記述式で解答する問題や考え方を問う問題の採点基準は、個々に定める。

（３）問題作成について

「数学への関心・意欲・態度」をみる問題作成は難しいが、その可能性については検討する。今回は主として、

①数学的な見方や考え力

②数学的な表現・処理

③数量・図形などについての知識・理解をみる問題作成をし、検討を重ねた。

それぞれの出題については、知識・理解等に偏ることなく、できるだけバランスをとることとした。

（４）予備調査結果を踏まえた改善

多種類の問題を盛り込み作成した問題を予備調査として、調査時間不足を心配しながらも、問題数を絞らずに実施してみた。

その結果、やはり時間の制約から、やむを得ず一部削除し問題数を絞ることとした。また特に通過率の低い問題については、より理解しやすい表現や設問の仕方に変えるなどして改良を加え、最終的に本調査問題を作成した。

（**深町芳弘　ベネッセ教育研究所顧問**）

◆出題の方針（数学・国語共通）

（１）問題作成の基本

①現行の学習指導要領に定める内容のうち、ペーパーテストで測定することが適当な内容項目について調査する。

②新しい学力観が重視する自ら学ぶ意欲・思考力・判断力・表現力などの資質や能力を把握する問題を含むテストを作成する。

③教科の目標の実現状況を「関心・意欲・態度」「思考・判断」「技能・表現」「知識・理解」の４観点にわたって把握する。ただし、「関心・意欲・態度」については、問題作成における技術上の制約があるため、同時に行う「学習に関する意識・実態調査」で調べることとし、テストには含めない。

（２）問題の範囲・程度

①調査実施時点で各対象校が履修済みの内容で問題を作成する。すなわち、小学５年生には４年生、中学２年生には１年生までの内容とする。

②問題範囲は、対象学年の学習指導要領を基準とし、出題領域がバランスよく適切に配置されるよう配慮する。また、問題は、学習指導要領に示された基礎的・基本的な内容が身についているかを確認するのに必要な程度で作成する。

③問題量は、１教科について通常１単位時間で終了できる量にする。

（３）出題形式・採点

①解答過程の説明や作文による解答など、記述式の解答となる出題も行う。

②評価については、採点基準をあらかじめ設けて採点時に記号化し、統計的な処理が可能なものにする。

２．通過率・得点分布

１．通過率

表２－１－１は、設問別の通過率（数学では準正解を設定していないため正解率に相当）をまとめたものである。あわせて、設問の領域と出題内容を示した。この表からは、【数と式】領域の通過率のばらつき、【図形】領域の一定しているが低い通過率が、特徴としてあげられる。【数と式】では、1の４問

表２－１－１　数学の設問別通過率

(%)

大問－小問	領　域	内　容	通過率
1 (1)	数と式	正負の計算	86.0
(2)		正負の計算	72.8
(3)		文字式の計算	79.4
(4)		文字式の計算	74.0
2 (1)	数と式	負の数の意味	75.3
(2)		絶対値の意味	49.0
(3)		文字式の表し方	46.5
(4)		文字式の値	73.0
(5)		文字式	24.3
3 (1)	数と式	方程式の計算	86.3
(2)		方程式の計算	39.3
(3)		方程式の計算	70.4
(4)		方程式の計算	45.8
4 (1)	数と式	方程式の利用	36.7
(2)		方程式の利用	70.7
(3)		方程式の利用	61.4
5 (1)	数と式	文字式	81.9
(2)		文字式	26.7
(3) ①		文字式	29.6
(3) ②		文字式	16.3
6 (1) ①	図形	点対称な図形	53.5
(1) ②		点対称な図形	43.7
(2) ①		角の二等分線と線分の垂直二等分線の作図	51.5
(2) ②		条件を満たす点	39.9
7 (1)	図形	直線の位置関係	41.0
(2)		平面の位置関係	48.6
(3)		角柱の展開図	42.5
(4)		角柱の表面積	32.9
8 (1) ①	数量関係	比例の表	54.1
(1) ②		反比例の表	63.6
(2) ①		比例の式	55.1
(2) ②		反比例の式	42.4
(3) ①		比例のグラフ	51.9
(3) ②		反比例のグラフ	50.7
9	数と式・数量関係	方程式や比例の利用	25.5

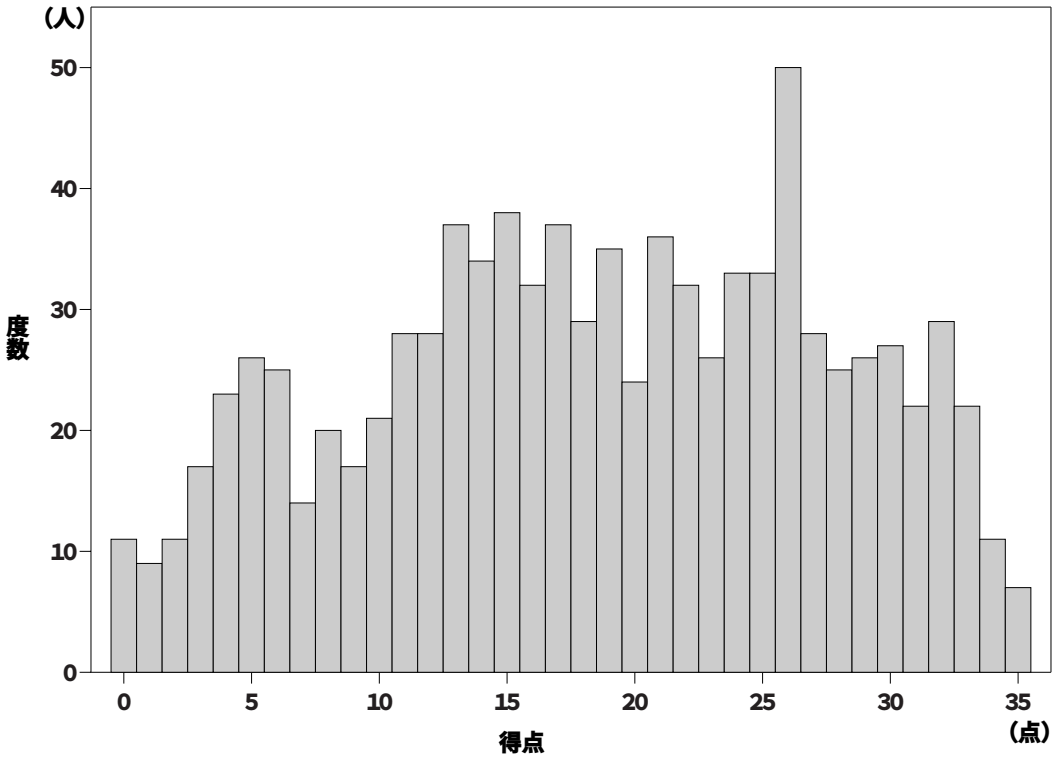
の通過率が70%を超えているのみで、2以降5までは、同じ領域内の設問でも通過率にばらつきがある。特に、5では、同一設問内の４問の通過率の差が65.6ポイントと大きく開いている。また、文字式の通過率の低さは気になるところである。【図形】の領域は、6 7ともに、通過率はほぼ一定しているものの、８問中２問を除いては50%未満となっている。9は、【数と式】および【数量関係】からの出題である。方程式あるいは与えられた比例のグラフのいずれを用いて解いてもかまわない出題であったが、通過率は25.5%と低い。

２．得点分布

図２－１－１は、数学の得点分布を示したものである。いずれの問題も、通過した場合を１点として生徒個人の得点を算出した。これをみると、分布はなだらかな２つの山を描く双峰型となっている。平均点は18.4点（35点満点）、標準偏差は8.99であった。

（**諸田裕子　お茶の水女子大学大学院博士課程**）

図２－１－１　数学の得点分布



資料●調査票（到達度テスト・中学２年生数学）

◆数学◆

1　次の(1)〜(4)の計算をして，答えを書きなさい。

(1)　$2-(-6)$　　**【正解】　8**

(2)　$3+2\times(-5)$　　**【正解】　-7**

(3)　$-x-3x$　　**【正解】　$-4x$**

(4)　$3(2x-3)-4(x-1)$　　**【正解】　$2x-5$**

(1)(2)
【分野】数と式
【内容】正負の計算

(3)(4)
【分野】数と式
【内容】文字式の計算

2　次の(1)〜(5)の問いに答えなさい。

(1)　$+3$ m を「海面より 3 m 高い地点」とするとき，-5 m はどのようなことを表しているか書きなさい。

【正解】　海面より 5 m 低い地点

【分野】数と式
【内容】負の数の意味
【採点基準】「海面より」がないものや「-5 m 高い」は不可。「地点」がないものや漢字の誤記など，意図がわかるものは正解とする。

(2)　絶対値が 3 より小さい整数をすべて書きなさい。

【正解】　2，1，0，-1，-2

【分野】数と式
【内容】絶対値の意味
【採点基準】-2〜2 までの整数 5 つが書かれていれば順序は問わない。

(3)　$a\times a-b\div 3$ を × や ÷ の記号を使わないで表しなさい。

【正解】　$a^2-\dfrac{b}{3}$

【分野】数と式
【内容】文字式の表し方
【採点基準】累乗（a^2）が書けていないものは不正解。

(4)　$x=-3$ のとき，$2x+7$ の値を求めなさい。

【正解】　1

【分野】数と式
【内容】文字式の値

(5)　ふもとから山頂まで x km の道のりを，上りは毎時 a km，下りは毎時 b km の速さで往復しました。このとき，往復にかかったのは何時間か，式で表しなさい。

【正解】　$\dfrac{x}{a}+\dfrac{x}{b}$（時間）

【分野】数と式
【内容】文字式
【採点基準】たす順序，かける順序の入れ替わりは問わない（以下も同様）。
$\dfrac{ax+bx}{ab}$，$\dfrac{x(a+b)}{ab}$ も正解。

3　**次の(1)〜(4)の方程式を解いて，x の値を求めなさい。**

【分野】数と式
【内容】方程式の計算

(1)　$x-3=1$

【正解】　$(x=)4$

(2)　$-\frac{3}{4}x=12$

【正解】　$(x=)-16$

(3)　$x+4=3x-2$

【正解】　$(x=)3$

(4)　$\frac{x-2}{3}=\frac{x}{4}$

【正解】　$(x=)8$

4　**次の文章を読んで，(1)〜(3)の問いに答えなさい。**

【分野】数と式
【内容】方程式の利用

〈問題〉
何人かの子どもたちにお菓子を配るのに，1 人に 5 個ずつ配ると 35 個余り，7 個ずつ配ろうとすると 1 個不足します。子どもの人数を求めなさい。

この問題を解くのに，「子どもの人数」を x 人として，次のような方程式をつくりました。

$5x+35=$ ㋐

(1)　上の方程式で，$5x+35$ は何の数を表していますか。

【採点基準】お菓子，お菓子の数，お菓子の総数，全部のお菓子など意図がわかれば正解。「1 人に 5 個ずつ配ると 35 個余るということ」などのような形で式の説明をしているものは不可。

【正解】　すべてのお菓子の数

(2)　上の方程式で ㋐ にあてはまる式を入れなさい。

【正解】　$7x-1$

(3)　この方程式を解いて，子どもの人数を求めなさい。ただし，途中の計算も解答用紙に必ず記入すること。

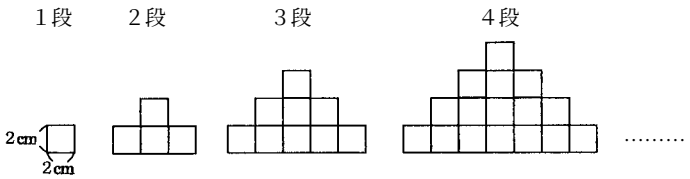
【採点基準】計算と答えの両方が合っていて正解。式は解いている過程がわかればよい。

【正解】
$$5x+35=7x-1$$
$$5x-7x=-1-35$$
$$-2x=-36$$
$$x=18$$

答え　18（人）

5 **1辺が2 cmの正方形を，下の図のように1段，2段，3段，4段……とならべます。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。**

【分野】数と式
【内容】文字式



(1) 正方形を5段，6段，7段とならべたとき，一番下の段にならぶ正方形の個数はそれぞれ何個になりますか。その個数をかきなさい。

【正解】　（5段）9(個)，（6段）11(個)，（7段）13(個)

【採点基準】5段，6段，7段がすべて合っていて正解。

(2) 正方形を n 段ならべたとき，一番下の段にならぶ正方形の個数は何個になりますか。n を用いた式で表しなさい。

【正解】　$2n-1$（個）

【採点基準】$n\times2-1$，$n+(n-1)$，$n+n-1$，$n^2-(n-1)^2$ など，最終的に $2n-1$ の形になるもので，その式の意味がわかれば正解。

(3) 正方形を n 段ならべたとき，n を用いた式で表すことのできる量は，「一番下の段にならぶ正方形の個数」以外にどのようなものがありますか。その量をことばで1つ答えなさい。さらに，その量を n を用いた式で表し，その単位もかきなさい。

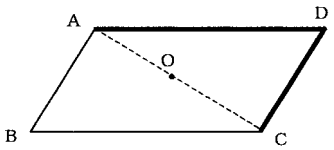
①（量）　②（n を用いた式）
【解答例】正方形の数……n^2 **個**
面積……$4n^2$ cm^2
底辺の長さ……$2(2n-1)$ cm
高さ……$2n$ cm
周りの長さ……$4(3n-1)$ cm

【採点基準】量，式は別個に採点する。量は，段の増加とともに変化するものであればよい。式は，その量を n を用いて表してあれば正解。量が未記入で式だけが書いてあるものは不可。単位の未記入，誤記は許容。

6 **次の(1)，(2)の問いに答えなさい。**

(1) 右の**図1**は，点Oを対称の中心とする点対称な図形の一部です。解答用紙に線を加えてこの図形を完成させなさい。
　また，できた図形の最も適切な名称を答えなさい。ただし，点Oは辺ACの中点です。

図1



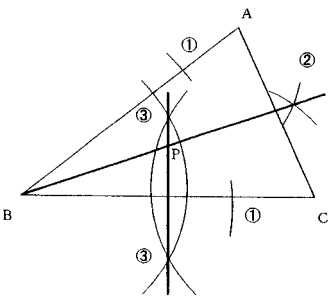
① **図形**
【正解】　（右上の図の太線）

② **名称**
【正解】　平行四辺形

【分野】図形
【内容】点対称な図形
【採点基準】図形，名称は別個に採点する。図形は平行四辺形に見える線が入っていれば正解。名称は，四角形，ひし形は不可。

⑵　右の**図２**は，△ABC において，∠B の二等分線と辺 BC の垂直二等分線を引き，それらの交点を P としたものです。

図２



【分野】図形
【内容】角の二等分線と線分の垂直二等分線の作図

①解答用紙の △ABC に，定規とコンパスを用いて∠B の二等分線と辺 BC の垂直二等分線を引き，点 P を作図により求めなさい。ただし，作図に用いた線は，残しておくこと。

(注)定規・コンパスを忘れた人は，フリーハンド（手がき）で作図したときにできる線を記入して，作図してください。

【採点基準】図の①～③の線が引かれ，点 P が正しい位置に求められているものを正解とする。ただし，①と③の線は共用できるので，辺 BA，BC 上 に 点 B を中心とする円の一部が１本あればよい。コンパスの線は，だいたいのところがかかれていれば許容。

【正解】（作図の線は右上図を参照）

●∠B の二等分線

① 点 B を中心とした円を辺 BA，辺 BC 上に引く

② ①の２つの交点を中心にそれぞれ円を描き，できた交点と B との間に直線を引く

●辺 BC の垂直二等分線

③ 点 B を中心とした円と点 C を中心とした円の交点の間に直線を引く

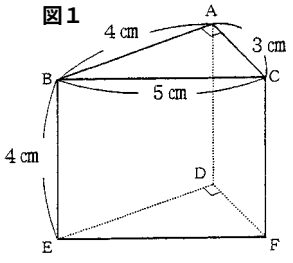
②点 P について成り立つものを，次の**ア**～**カ**の中から２つ選び，記号で答えなさい。

【分野】図形
【内容】条件を満たす点
【採点基準】イとエ以外が記入されているものはすべて不可。完答のみ正解。

【正解】　**ア**　AP＝BP
イ　BP＝CP
ウ　AP＝CP
エ　点 P から辺 AB，BC までの距離（きょり）は等しい。
オ　点 P から辺 AB，AC までの距離は等しい。
カ　点 P から辺 BC，AC までの距離は等しい。

7　右の図１の三角柱 ABC－DEF は，高さが 4 cm，底面は３辺の長さがそれぞれ，辺 AB＝4 cm，辺 AC＝3 cm，辺 BC＝5 cm で，∠BAC＝90 °の直角三角形です。この三角柱について，次の⑴～⑷の問いに答えなさい。

図１



⑴　次の辺の中から辺 AB とねじれの位置にあるものをすべて選んで，解答用紙に○をつけなさい。

【分野】図形
【内容】直線の位置関係
【採点基準】辺 CF，辺 EF，辺 DF に抜け落ちがあるもの，それ以外に○がついているものは不可。完答のみ正解。

【正解】　辺 AC　　辺 BC　　辺 AD　　辺 BE

辺 CF　　辺 DE　　辺 EF　　辺 DF

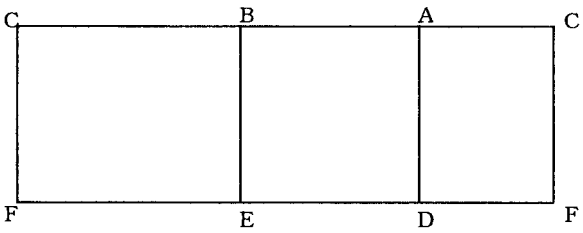
⑵ 次の面の中から面 ABED と垂直な面をすべて選んで，解答用紙に○をつけなさい。

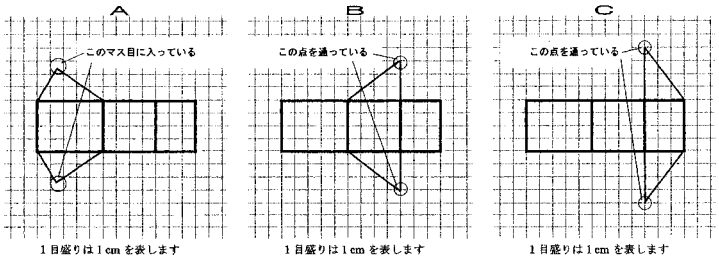
【正解】 面 ABC　面 DEF　面 BEFC　面 ADFC

【分野】図形
【内容】平面の位置関係
【採点基準】面ABC, 面DEF, 面 ADFC に抜け落ちがあるもの，それ以外に○がついているものは不可。完答のみ正解。

⑶ 下の**図２**は，この三角柱の側面の展開図です。底面をかき加えて，展開図を解答用紙に完成させなさい。

図２





【正解】　（上図の A，B，C いずれでもよい）

【分野】図形
【内容】角柱の展開図
【採点基準】基準となる点をおおよそ通っていれば正解。上下で異なる位置に底面がかかれていてもよい。

⑷ この三角柱の表面積を求めなさい。

【正解】　60 (cm²)

【分野】図形
【内容】角柱の表面積

8　次の表①は y が x に比例する関係を表し，表②は y が x に反比例する関係を表しています。これについて，次の⑴～⑶の問いに答えなさい。

[表①]

x	0	2	4	6
y	㋐	−4	−8	㋑

[表②]

x	2	3	4	6
y	3	㋒	1.5	㋓

⑴ **表①と表②の㋐～㋓にあてはまる数を，それぞれ求めなさい。**

① **【正解】**　㋐　**0**　　㋑　**−12**

② **【正解】**　㋒　**2**　　㋓　**1**

【分野】数量関係
【内容】比例，反比例の表
【採点基準】表①は㋐と㋑が両方合っていて正解，表②は㋒と㋓が両方合っていて正解。

⑵　**表①**と**表②**の関係について，それぞれ y を x の式で表しなさい。

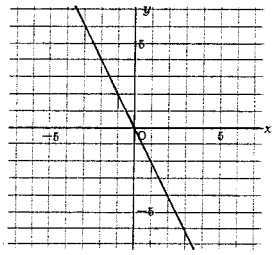
①　**【正解】**　$(y=)-2x$

②　**【正解】**　$(y=)\dfrac{6}{x}$

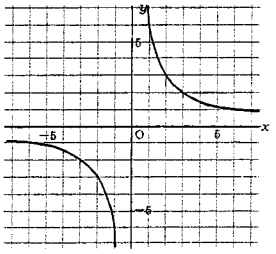
【分野】数量関係
【内容】比例，反比例の式
【採点基準】②は $6\div x$ も正解。

⑶　**表①**と**表②**の関係を表すグラフをそれぞれかきなさい。

【正解】
表①



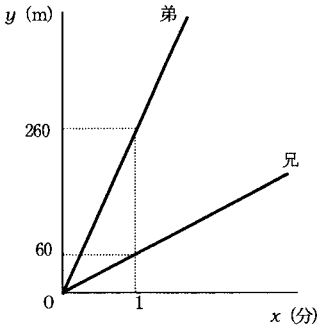
【正解】
表②



【分野】数量関係
【内容】比例，反比例のグラフ
【採点基準】表①は，(−2, 4)（0，0）(2，−4）の点をおおよそ通っていれば正解。表②は，第一象限に（2，3）(3，2）(6，1）の点を通る曲線が，第三象限に(−6，−1）(−3，−2）(−2，−3）の点を通る曲線がおおよそ通っていれば正解。第三象限に線がかかれていないものは不可。

9　**次の［　　］の中の文章を読んで，問いに答えなさい。**

兄と弟がそれぞれ徒歩と自転車で同時に家を出発しました。
兄の歩く速さは毎分 60 m，弟の自転車の速さは毎分 260 m です。また，右のグラフは，家を出発してから x 分後の進んだ道のりを y m として，2 人の進むようすを表したものです。



2 人の間の距離（きょり）がちょうど 1 km になるのは，家を出発してから何分後か求めなさい。ただし，その求め方の計算も解答用紙に必ず記入すること。

【分野】数と式・数量関係
【内容】方程式や比例の利用
【採点基準】式／計算（求め方）と答えの両方が合っていて正解。式／計算は，文章での説明，表の作成など，意図がわかれば広く正解とする。

【正解】　$1000\div(260-60)=5$　　**答え　5（分後）**

【別解】　$260x-60x=1000$
$200x=1000$
$x=5$　　**答え　5（分後）**

問題はこれで終わりです。

３．調査結果解説

１．数と式

1は正負の数および文字式の計算になれて、正しい答えを求めることをねらいとした。全体として「空欄」が少なく、通過率も高かった。

1(1)は、誤答の半数以上が「-4」である。これは、$2-6$という計算をしたためと考えられる。誤答の理由を明確にするとともに、数直線を使って理解させる必要がある。他に「-8」や「4」という誤答もみられる。

1(2)は、誤答のうち約４割が「-25」である。これは、乗法よりも加法を先に行ったためと考えられる。加減乗除の計算順序を確認する必要がある。他に、「-2.5」や「-30」という誤答もみられる。

1(3)の誤答としては、「$-2x$」や「$3x^2$」、「$2x$」がみられた。「$3x^2$」とした生徒には、文字の次数は変わらないことを、「$2x$」や「$-2x$」とした生徒には、正負の数の加減法について指導することで間違いを減らすことができる。

1(4)では誤答のうち、「$2x-13$」が３割弱で、他に「$2x-8$」や「$2x-10$」も見受けられた。これらは、分配法則を使ったときの符号の間違いと分配法則の使い方が正しくないことが原因である。分配法則について確認するとよい。

2(1)は、反対の方向や性質を表す数として、負の数が使われることをねらいとした。誤答のうち、約４割が「空欄」であった。これらの生徒は、問題文の意味が読み取れなかったことや負の数の意味について理解していなかったためと考えられる。

2(2)は、絶対値の意味について理解していることをねらいとした。誤答のうち、４人に１人が「-3，-2，-1，0，1，2，3」としており、絶対値の意味はわかっているが、「より小さい」と「以下」の区別がついていないことがわかる。また、約２割の生徒が「0，1，2」としており、絶対値の意味について理解していないと考えられる。絶対値の意味を確認する必要がある。

2(3)は、文字使用のきまりにしたがって、文字式を簡単に表すことをねらいとしている。誤答のうち、４割弱が「$\frac{a^2-b}{3}$」で、他に「$a^2-\frac{3}{b}$」や「$3a^2b$」がみられる。これらはすべて「$\div 3$」の表現を間違えているためである。文字使用のきまりについて確認が必要である。

2(4)は、文字式の値を正しく求めることをねらいとした。誤答のうち３割弱が「空欄」で、代入そのものについての理解ができていない生徒がいるものと考えられる。また、「6」と答えた生徒は、「$2-3+7$」と計算したものと考えられ、「13」とした生徒は、符号の間違いである。

2(5)は、いろいろな数量を文字式を用いて表すことをねらいとしている。誤答のうち約３割が「空欄」で、他に「$\frac{a+b}{x}$」や「$\frac{x}{a+b}$」、「$\frac{ab}{x}$」など多岐にわたっている。時間・距離・速さの関係についての理解不足が原因であると考えられる。時間をかけてていねいに指導したい。

3は、等式の性質や移項の考え方を使って、いろいろな形の方程式の解き方になれることをねらいとした。分数係数になると通過率が５割を切る。また、誤答のうち「空欄」が多く、これは方程式そのものに対する理解不足が原因であると考えられる。

3(1)は、誤答のうち４割弱が「-2」であった。-3を移項した際に符号を変えなかったためと考えられる。このような生徒には、移項について確認したい。

3(2)は、誤答のうち「空欄」が約２割と一

番多く、２割弱が「−1」、他に「9」「−9」「16」など多岐にわたっている。「−1」とした生徒は、両辺を４で割り、さらに −3 で割ったものと考えられる。等式の性質について確認する必要がある。

3⑶は、誤答のうち３割強が「空欄」で一番多かった。「−3」が約２割あった。符号についても気をつけさせたい。

3⑷は、通過率が45.8%と低い上に、誤答の約半数が「空欄」であったことから、４人に１人が何も書いていないことになる。考えたが解けなかったのか、はじめからあきらめてしまったのか明確ではないが、改めて分数計算に弱い生徒の実態が浮き彫りになった。

4では、数量の間の関係をとらえて、方程式をつくり、問題にあった答えを求めることをねらいとした。その結果、多くの生徒が立式でき、正答することはできたが、その実は式の意味を理解していないで、ただ機械的に解いているということがわかった。

4⑴では、誤答のうち半数以上が「１人に５個ずつ配ったときに35個余ることを表している」と問題文をそのまま答えている。このような設問になれていないということもあるが、立式する際に、式の意味を明確にしながら指導していく必要がある。

4⑵は、誤答のうち半数以上が「空欄」で立式そのものができていない。また、誤答も多岐にわたっている。数量の間の関係を言葉の式にし、それを文字式で表してから方程式をつくるなど、より細かいステップで式の意味の理解も含めて指導するとよいだろう。

4⑶は、誤答の３分の２が、⑵の立式ができていないため、「空欄」であった。また、⑵の立式ができていて、計算ミスにより誤答している生徒が約１割いたが、ほとんどの生徒は正答していた。

5では、図形の並び方についていろいろな規則性を発見し、文字を用いて表すことをねらいとした。その結果、規則性を見つけることはできるが、それを文字を用いて一般化した形で表すことができないという、文字式でのつまずきが明らかになった。

5⑴は、通過率は高かったが、誤答のうち約４割が「25，36，49」と正方形すべての個数を解答するもので、問題文をきちんと読んでいないことがわかる。

5⑵は、誤答のうち半数以上が「空欄」で、「1，3，5，7，9，11，13…」という並び方の数（奇数）を文字を用いて一般化できない。段数と個数の対応表をつくるなどして、ていねいに指導したい。

5⑶は、誤答のうち４人に３人が「空欄」であり、手のつけられなかった生徒が多くいた。自分で課題を設定し、それについての一般式を答えるという形の設問になれていないということもあるが、規則性を見つけるという考える力の弱さが浮き彫りになった。ふだんの授業に問題解決学習や課題学習を取り入れるなど、直観力や論理的思考力などを養う総合的な学習の指導が必要である。

（岡田春彦　東京都文京区立第七中学校教諭）

２．図形

6⑴は、点対称の意味を理解し、点対称な図形の性質を利用して完成した図形の名称を正しく言えることをねらいとした問題である。誤答のうちの半数以上は「空欄」であり、点対称を線対称と間違えてしまった者が１割程度である。点対称の理解が定着していないといえる。調査時点では、点対称な図形の学習は小学校６年生で行われており、中学校１年生で特に取り上げてはいない。対称性に着目して平面図形を考察していくような学習場面を設定することが望まれる。新学習指導要領では、線対称、点対称の学習が中学校第１学年で扱われることになったので、この問題の通過率は上がると思われる。

6⑵は角の二等分線と線分の垂直二等分線を作図し、その対称性に着目して図形を考察することをねらいとした問題である。①の誤答の中では「空欄」が多く、どちらかの作図ができている者も２割程度いるが、垂直二等

分線の作図ができていないほうが多い。②の誤答のうち、両方とも間違っているのは約４割で、「イ」のみ正解しているのが約４割である。基本的な作図の方法が定着していないことと、対称性に着目した図形の見方・考え方が育っていないことが指摘できる。これらは第２学年の論証指導へとつながるので、第１学年において、ていねいな指導が望まれる。

7(1)(2)は、空間における直線や平面の位置関係を見取り図から判断することをねらいとした問題である。誤答としては、２つまで選ぶことができた者が、(1)で約半数、(2)で約３割ある。特定された直線や平面の位置関係をいうことはできるが、自分ですべての組み合わせを調べていくことができていない。また、見取り図から立体を構成する能力が育っていない。模型を提示し、見取り図をかかせたり、すべての組み合わせを確認したりするようなていねいな指導を通して、空間観察の能力を養うことが大切である。

7(3)は三角柱の展開図を面と面のつながりに留意して正しくかくことをねらいとした問題である。誤答のうち、「空欄」が４割程度である。与えられた側面の展開図が、辺 CF を切り開いてかいたものであることがわかり、底面を AB か AC につなげてかけば、方眼を利用して △ABC が簡単にかける。コンパスを利用すれば BC につなげてかくこともできるが、手間がかかる。このような状況判断が適切にできることが大切で、ふだんの授業の中で模型を切り開いたり、見取り図から展開図を何種類もかくような操作活動を豊富に取り入れることが望まれる。

7(4)は見取り図や展開図から三角柱の表面積を求めることをねらいとした問題である。誤答のうち、約半数は「空欄」である。展開図が正しくかけていない生徒は、ほとんど表面積も正解を求められていない。また、48cm^2 としたものが１割程度いたが、これは底面積を加えるのを忘れたものである。計算ミスがあるとはいえ通過率が32.9%とはかなり低いと思われる。調査対象の生徒は三角柱の展開図や表面積を小学校６年生で学習しているが、定着度がかなり低いといえる。中学校第１学年では、立体の求積は指導項目にはなっていないため、指導者が扱うことがほとんどないのであろう。新学習指導要領では、立体の求積も図形を理解する１つの側面として位置づけて指導することが求められているので、今後は通過率が上がると思われる。

３．数量関係

8(1)は、比例・反比例の変化の特徴により、対応表の一部から x に対応する y の値を求めることをねらいとした問題である。比例の表①では誤答のうち、「㋐-2，㋑-10」と「㋐-2，㋑-12」がそれぞれ約３割いる。比例では「$x=0$」のとき「$y=0$」であることの理解がなされていない。この表の見方として、次の３通りが考えられる。

１）x の値が２倍、３倍…になると、y の値も２倍、３倍…になる。

２）x の値が２ずつ増加すると、y の値は４ずつ減少する。

３）x の値に -2 をかけると y の値になる。

このような表の見方を育てることが必要である。また、比例の関係をとらえるのに、表、式、グラフを用いて表すが、これらを別々なものとして扱うのではなく、たとえば、表から式やグラフをつくったり、式やグラフから表をつくったりして総合的に扱えるような指導が望まれる。

反比例の表②では、誤答のうち、「空欄」が３分の１くらいいる。誤答傾向をみると、反比例を x が増加すると y が一定の割合で減少する関係であるととらえてしまっている者が多いことがわかる。反比例については、積が一定であるという見方を育てることが大切である。また、㋓を０とした誤答が約２割いる。比例のときと同様に、０の取り扱いによる混乱がみられるので、この点に留意した指導が望まれる。

8(2)は、対応表から比例・反比例の式をつ

くることをねらいとした問題である。誤答の半数以上が「空欄」である。表から比例定数を求め、式をつくることの理解が不十分であるといえる。「$y=ax$」や「$y=\frac{a}{x}$」に１組の「x，y」の値を代入すると、a についての方程式ができる。このように関数の式を方程式と見方を変えていくことは、１年生にとっては初めてのことである。ていねいな指導が望まれる。また、反比例の式を「$y=\frac{x}{6}$」と答えた生徒が１割以上いる。分母が文字になる式は反比例のみで扱う。等式の変形も自由にできない段階なので、十分留意する必要がある。

9は文章やグラフから数量関係をとらえ、問題を解決することをねらいとする設問である。誤答の約８割が「空欄」である。また、答えは合っているものの、求め方が記入されていないものが１割程度ある。この問題は、方程式の応用問題とも考えられるが、グラフを添えたことにより、比例を利用する問題となっている。つまり、２人の間の距離が時間に比例して増えていくことに気がつけば、簡単に解くことができる。そのためには、単に関数のグラフがかければよいとするのではなく、グラフの意味を積極的に読み取ろうとする態度が必要である。このように比例をいろいろな場面で利用することができるような計画的な指導が望まれる。

（**銀杏祐三　東京都豊島区立長崎中学校教諭**）

４．コメント

[1]

杉山吉茂（早稲田大学教授）

１．全体の傾向

成績の分布（図２－１－１）をみると、小学校では、右よりの１つ山の分布であった(『第３回学習基本調査報告書・小学生版』第２章を参照）が、中学校はおよそ３つの山になっているようにみえる。

この左の山はまだ小さいが、このグループの子どもたちは、簡単な計算はできるけれど、少し複雑になるとできない子ども、どちらかといえば数学を不得意とする子どもで、将来落ちこぼれることが心配される。

真ん中の山のグループの子どもたちは、今のところまだ学習についていっているが、努力しないと下のグループに落ちていく危険をはらむ子どもたちであろう。このグループの子どものうち、努力を続ける子どもは上のグループに行き、努力しない子どもは下のグループに行って、やがて、全体は２こぶ山の分布になっていくと思われる。そういった意味で、２年生は過渡期として大事な時期であることがわかる。

２．数・式領域の成績はよいが

小学校同様、正負の数の計算や文字式の計算、整数係数の方程式を解く問題など、形式的に処理できる問題の通過率は高い。しかし、していることの意味がわかっているか不安に思われることもみられる。

たとえば、「×や÷を省略して表記する」2(3)の問題の通過率が、期待より悪すぎることがあげられる。文字式の計算をしているのに、意味もわからず形式的に処理しているのではないかとさえ思われる。

もっと問題なのは、式で表現できないことである。2(5)の問題が、速さについての問題で、一般に速さについての問題が苦手な子どもが多いといわれており、係数が文字であることもあって成績の悪いことは想像できるが、5の問題は、奇数を文字式で表現するだけのものであるので、もっとできてよいと思われる。8の比例や反比例の式を作ることが芳しくないことからも、文字を使っての表し方の指導が不足していると思う。

文字の式で表すことができるためには、数について考えているときに、与えられた数で表現し、それを生かすことを教えたい。たとえば、正方形を段に積んでいく5の問題でいえば、２段のとき３増えることを、２を使って$2\times2-1$、３段のとき５増えることを、３を使って$3\times2-1$、４段のとき７増えることを$4\times2-1$と表現することができれば、n段のときは、$n\times2-1$と表現できるはずである。

３．現象や式が読めない

伴って変わる量を式で表す5(3)のできがもっとも悪いが、これは文字式で表現すること以前に、現象が読めないことに原因がある。小学校でも、伴って変わる量を見つけることがよくできていなかった。中学校になっても、その目が育っていないことがわかる。

ものごとを観察したり、法則を見つけたりする活動を数学の学習に取り入れることが必要である。

小学校でも式が読めないことがみられたが、中学校でも同じことがみられる。たとえば、方程式の左辺の式が何を示すかを問う4(1)の

成績がよくないが、これは、右辺の式を作る⑵の問題の成績がよいことから考えると、式で表すことが難しいというより、式が読めないことに原因があるように思う。式を書くこととともに、式を読む力や姿勢がないことを示している。

４．使わないことは忘れる

図形領域、数量関係領域の成績はあまり芳しくない。これは、ねじれの位置とか点対称という用語や図形の名前を知らない、あるいは忘れているということが考えられる。それぞれ当該学年の単元で学習したにちがいないが、それ以後使うことがなかったからではないかと考えられる。

対称は、中学校で活用することが期待されていたことではあるが、成績があまりよくないことから、これまではあまり生かされていなかったのではないかと思われる。しかし、新しい学習指導要領では、対称が中学校に移行され、指導されることになっているので、基本作図の学習で生かされるようになるにちがいない。そうすれば、これらの問題の成績がよくなることも考えられる。そうならなければ、対称を生かした指導をしていないことになる。ぜひ、対称を生かした指導をしてほしい。

作図法も実際に使うことがないので、線分の垂直二等分線と角の二等分線の作図を求める6⑵①ができないのはやむを得ない。しかし、作図された線のもつ性質についてはもっとできてほしい。

これは、作図の指導が、作図のための作図であって、作図を利用する学習が少ないからだと思われる。新しい学習指導要領では、条件を満たした点の集合がなくなるので成績が落ちることも予想されるが、中学校で対称の指導が行われるようになって、基本作図を考えるときに対称を生かす指導をしてくれれば、条件を満たす点の集合の学習をしなくても成績が高まることも考えられる。どんな内容であれ、活用する機会を作り、くり返し学習することを大切にしたい。

５．１つ１つていねいに考える力が弱い

小学校でもみられたが、中学校でも１つずつていねいに考える力と態度が弱い。7⑴で、ねじれの位置にある辺をすべて列挙する問題の成績があまりよくないのは、ねじれの位置を知らないわけではなく、３つをあげなければならないことに原因があるかとも思われるが、選択肢が与えられているのであるから、１つずつていねいにチェックすればそれほど難しいことではないはずである。垂直な面をすべて求める7⑵も同じである。

６．関連づけて考える力と態度がない

8の問題は同じ事柄について、表について問い、式を問い、グラフを問うているのであるから、それらを関連させれば、間違った答えは、おのずから訂正され、正しい答えが導かれるはずであるが、通過率があまりよくないということは、それらがバラバラで孤立しているように思われる。情報を関連させてチェックする姿勢も大切である。その指導が望まれる。

７．問題解決の姿勢が固い

問題解決力が不足しているというより、その姿勢が固いように思われる。9は、グラフも与えられ、問題の解決に必要な情報がグラフの中に示されているのに、それが読めないでいる。この問題は、解答にあるような式や方程式を使わなくても、表を使ったり、試行錯誤をすれば、小学生でもできる問題である。中学生になると、そういうことをしてはいけない。数学では、式を書いて、方程式を使って解決しなければいけないと思っているのかもしれない。表を使ったり、試行錯誤をしたりすることを許す教師の姿勢も大切である。

[2]

伊藤説朗（東京学芸大学教授）

１．各問の通過率から

１．80%～90%の高い通過率の問題群（３問）

1⑴計算「$2-(-6)$」

3⑴簡単な方程式「$x-3=1$」

《コメント》簡単な計算、方程式のでき具合はよい。

5⑴数列「1，3，5，7，□，□，□」

《コメント》奇数列で、□の中に適する数を入れる。当然の通過率である。

２．70%～80%のやや高い通過率の問題群（７問）

1⑵～⑷計算「$3+2\times(-5)$」「$-x-3x$」「$3(2x-3)-4(x-1)$」

2⑷式の値「$x=-3$」のとき、「$2x+7$」の値

3⑶簡単な方程式「$x+4=3x-2$」

《コメント》基本的な計算、形式的な式の処理は比較的よくできる。

4⑵文字式「１人に７個ずつ配ろうとすると、１個不足する」

2⑴負号の意味「-5 m」

《コメント》簡単な場合の文字式による式表示、負号の意味はほぼ理解できている。

３．60%～70%のほどほどの通過率の問題群（２問）

4⑶方程式を立てて解くこと「$5x+35=7x-1$」

《コメント》前問である上式の右辺を求める問題の通過率が70.7%であるから、このうち約87%が通過しており、方程式を解く技能は高い。

8⑴②反比例の対応表の穴埋め

《コメント》計算ミスを起こす恐れの少ない数値であり、前問の比例の場合よりも高い通過率である。

４．50%～60%のやや低い通過率の問題群（６問）

8⑴①比例の対応表の穴埋め

8⑵①比例の式「$y=-2x$」

8⑶①②比例と反比例のグラフ

《コメント》比例の対応表の作成、式、グラフのいずれも52%～55%の通過率にとどまっていることから、比例についての理解が不十分な生徒が約５割に達することがわかる。これに対して、反比例については、対応表が63.6%、式が42.4%、グラフが50.7%の通過率で、理解の程度にばらつきがみられる。

6⑴①点対称な図形の作図

6⑵①角の二等分線、線分の垂直二等分線（三角形の内心）の作図

《コメント》比例の両問とも基本的な作図であるにもかかわらず、約半数しか正答していない。作図の技能が低すぎる。

５．40%～50%のかなり低い通過率の問題群（９問）

2⑵絶対値の意味「$|n|<3$ となる整数」

2⑶文字式の表示ルール「$a\times a-b\div 3\rightarrow a^2-\frac{b}{3}$」

《コメント》絶対値の意味や文字式の表示ルールといった基礎的な概念がかなり低い理解度であり、このことが後続の学習に困難を生じさせる恐れ大である。

3⑷少し複雑な方程式「$\frac{x-2}{3}=\frac{x}{4}$」

《コメント》式表示の形式が分数式であったり、項の係数が分数であったり、といった見かけの形に振り回されて、難しい内容と思い込んでしまう。それが処理を誤らせる。この問題も実は容易な方程式であるにもかかわらず、である。

6(1)②点対称な図形の名称

《コメント》前問の作図の通過率が53.5%であり、その図形の名称（平行四辺形）の通過率が43.7%であるから、作図について理解した生徒のうち、名称を正しく答えることのできた者は約82%であり、予想される程度である。

6(2)②内心の性質

《コメント》前問である内心の作図の通過率が51.5%、この問題の通過率が39.9%であるから、作図の正解者のうち、内心の性質について正解だったのは約77%。２つの性質すべてを正答して完答となるので、かなりよい通過率とみてよい。

8(2)②対応表から反比例の式

《コメント》設問中に「反比例する関係」という表現が含まれており、表②がこれとすぐわかる。反比例の式表示ができていない生徒が多数である。比例の場合の55.1%に比べて通過率42.4%は低すぎる。また、反比例のグラフの通過率50.7%からみても、そう言える。ただ、設問の仕方で、「$xy=6$」の式も認められたならば、もう少し高い通過率が期待できたであろう。

7(1)(2)三角柱の見取り図から「ねじれの位置」「垂直な平面」を見いだす

《コメント》空間図形における位置関係の把握がきわめて不十分である。見取り図から関係を読み取るためには、イメージを正しく作る能力が必要であり、空間観念の養成が求められる。

7(3)三角柱の展開図

《コメント》見取り図から三角柱を正しくイメージし、それの展開図を作る、という数学的活動が不十分である。さらに、空間観念の不足については、前問と同様である。

６．30%～40%の非常に低い通過率の問題群（４問）

3(2)簡単な方程式（ただし、係数が負の分数）「$-\frac{3}{4}x=12$」

《コメント》係数が負数で、分数になると、これほどの間違いが出る。基本的な技能の習熟不足である。

4(1)文字式の表現「$5x+35$ の表す量＝菓子の総数」

《コメント》事象の数量関係を文字式に表現すること、および式を読むことといった基本的な力が不足している。

5(3)①関数関係の発見「n を用いた式で表せる数量」

《コメント》関数関係を見いだす力を問うもので、関数の理解にとって基本的かつ重要なことを問う問題である。伴って変化する２量を与えられた場合、その関係を式に表現することはできても、２量を見いだすことができない。関数の指導のあり方が問われることになろう。

7(4)三角柱の表面積

《コメント》簡単な典型的な問題であるにもかかわらず、できが悪い。おそらく見取り図を正しく読めないことが原因であろう。

７．16%～30%の極めて低い通過率の問題群（４問）

2(5)事象を文字式で表現する「$\frac{x}{a}+\frac{x}{b}$」

5(2)n の式「$2n-1$」

《コメント》よくある問題場面であり、特に難しい問題ではない。事象から数量関係を読み取り、関係を文字式に表現することに大きな困難があることを示している。

9文章題を解く（場面のグラフつき）

《コメント》基本的な問題であり、通過率が約４分の１であることは驚きである。問題文の後半に「また、右のグラフは……」とあり、グラフを与えることは問題解決を容易にするものと期待されているが、むしろ結果は逆で、解決を困難にさせているように思われる。特に、そのグラフに関して「x、y」が用いられていることにその原因があるかもしれない。

5(3)②n の式

《コメント》関数関係にある数量を見いだす前問の通過率が29.6%で、その関係を n の式に表す本問の通過率が16.3%であることから、前問に正解した者のうちでこの問題に正解した者は約55%で、この程度の状況は予想される範囲内であろう。

２．全体の得点分布から

35点満点で５点を中心とした小さな山が１つあり、次に８点から35点にかけてのなだらかな大きな山がある。２つに分かれた分布をしている（図２－１－１）。特に、前半の小さな山の部分が数学の落ちこぼれ集団を形成していると考えられる。来年度から始まる選択「数学」の指導のあり方についても生徒のニーズに合わせたものが準備されることを期待したい。